

UNITA' DI APPRENDIMENTO di matematica

LA MOLTIPLICAZIONE IN CLASSE SECONDA

Insegnante Sechi Anna Lisa

DESCRIZIONE GENERALE DELL' ARGOMENTO E DEL CONTENUTO

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali: la moltiplicazione. Acquisire il concetto attraverso l'addizione ripetuta, gli schieramenti, gli incroci, i salti sulla linea dei numeri e il prodotto cartesiano; costruire e conoscere le tabelline della moltiplicazione dei numeri fino a 10; comprendere ed utilizzare i concetti di coppia, paio, doppio, triplo e quadruplo; conoscere ed utilizzare l'algoritmo di calcolo in riga e in colonna con e senza cambio; distinguere fra situazioni problematiche additive/moltiplicative e solo additive.

COMPITO/PRODOTTO

Gli alunni, divisi in coppia, dovranno scrivere, compilare, una "lista" dettagliata del numero di stoviglie di plastica e di tovaglioli che occorreranno loro durante una festa che verrà organizzata per la fine dell'anno scolastico.

Saranno stimolati ad impegnarsi in questo compito, perché il loro lavoro sarà utile alle maestre che dovranno effettuare l'acquisto delle stoviglie in numero sufficiente, ma non eccessivo, evitando gli sprechi.

Ogni gruppo, come prima fase, dovrà decidere autonomamente quanti bicchieri, posate, piatti e tovaglioli acquistare per ogni singolo bambino e, come seconda fase, dovrà scoprire, attraverso un calcolo matematico, il numero totale – per l'intera classe - di bicchieri, posate, piatti e tovaglioli tenendo presente, nella loro ipotesi, che saranno serviti un certo numero di cibi dolci e cibi salati ed alcune bibite.

Ogni lista verrà argomentata dalla coppia davanti alla classe che poi deciderà quale o quali liste avranno rispettato la consegna, quindi rispondenti al compito dato.

CLASSI O ETÀ ALUNNI COINVOLTI

CLASSE 2 sezione E

PREREQUISITI

- Conoscere i numeri entro il 99: valore posizionale, composizione e scomposizione, confronto e ordinamento.
- Conoscere il significato dell'operazione di addizione che mette insieme due o più quantità o aggiunge una quantità ad un'altra.
- Conoscere il significato dell'operazione di sottrazione che calcola il resto, la differenza e il complementare
- Calcolo mentale dell'addizione e della sottrazione.

DISCIPLINA/E COINVOLTE

1) MATEMATICA

DISCIPLINA/E COINVOLTE CONCORRENTI

- 1 TECNOLOGIA
- 2 MOTORIA
- 3 STORIA
- 4 SCIENZE

COMPETENZE CHIAVE EUROPEE

- 1) Competenza di base in matematica, scienze e tecnologia
- 2) Competenze sociali e civiche
- 3) Imparare ad imparare

COMPETENZA CHIAVE EUROPEA N. 1: competenza di base in matematica, scienze e tecnologia

Competenze specifiche:

- Raggruppa e ordina secondo criteri diversi.
- Utilizza le tecniche e le procedure del calcolo rappresentandole anche graficamente
- Riconosce e risolve problemi di vario genere, individuando le strategie appropriate

ABILITA'

- Eseguire mentalmente e per iscritto le quattro operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.
- Conoscere con sicurezza le tabelline dei numeri fino a 10.
- Analizzare e comprendere le situazioni problematiche

CONOSCENZE

- Operazioni e proprietà
- Le fasi risolutive di un problema e loro rappresentazioni con diagrammi.

COMPETENZE CHIAVE EUROPEA N.2: competenze sociali e civiche

Competenze specifiche:

- Riflette, si confronta, ascolta, discute con gli adulti e con gli altri bambini, tenendo conto del proprio e dell'altrui punto di vista, rispettandone le differenze.

<ul style="list-style-type: none"> Gioca e lavora in modo costruttivo, collaborativo, partecipativo e creativo con gli altri bambini. 	
ABILITA'	CONOSCENZE
<ul style="list-style-type: none"> Individuare i ruoli e le funzioni dei gruppi di appartenenza e il proprio negli stessi Ascoltare e rispettare il punto di vista altrui Mettere in atto comportamenti corretti nel gioco, nel lavoro, nell'interazione sociale Partecipare e collaborare al lavoro collettivo in modo produttivo e pertinente 	<ul style="list-style-type: none"> Regole fondamentali della convivenza nei gruppi di appartenenza Regole della vita e del lavoro in classe
<p align="center">COMPETENZA CHIAVE EUROPEA N. 3: imparare ad imparare</p> <p>Competenze specifiche:</p> <ul style="list-style-type: none"> Acquisisce ed interpreta l'informazione Individua collegamenti e relazioni; trasferisce in altri contesti 	
ABILITA'	CONOSCENZE
<ul style="list-style-type: none"> Leggere un testo e porsi domande su di esso Rispondere a domande su un testo o su un video Utilizzare semplici strategie di memorizzazione Compilare semplici tabelle 	<ul style="list-style-type: none"> Semplici strategie di memorizzazione Schemi, tabelle, scalette
<p>STRATEGIA E TECNICA DIDATTICA (METODOLOGIE, ATTIVITÀ, STRUMENTI, MODALITÀ DI LAVORO)</p> <p>Ritenendo opportuno favorire nei bambini lo sviluppo sia di attitudini positive verso l'ambito logico-matematico sia della fiducia rispetto a se stessi e alle proprie capacità, le strategie didattiche adottate hanno sempre cercato di favorire un apprendimento attivo, dinamico e coinvolgente volto alla valorizzazione dell'iniziativa e della creatività dei bambini, proponendo attività mediante referenti esperienziali significativi.</p> <p>Pertanto, per promuovere questa strategia didattica si è prediletto l'approccio del problem solving.</p> <p>Essendo questo il metodo della riscoperta, la strategia più appropriata per l'apprendimento della matematica, si è cercato di sollecitare, stimolare, promuovere, favorire e guidare le attività che hanno impegnato il pensiero degli alunni, attraverso l'uso di situazioni problematiche, sia per la scoperta dei nuovi concetti matematici, sia per l'utilizzazione dei concetti già acquisiti, sia per il loro consolidamento (esercitazioni).</p> <p>Partendo da un operatività concreta, sia manipolativa che ludico-motoria, si è cercato di attuare il passaggio successivo ai processi di astrazione e alla capacità di simbolizzazione dell'esperienza mediante l'uso di vari linguaggi.</p> <p>Le attività sono state spesso introdotte grazie ad esperienze condotte durante lo svolgimento di altre discipline (storia, scienze, attività motoria) o grazie alla presenza di figure esterne o di stimoli dettati da situazioni esperite giornalmente, o, anche, dall'arrivo di un nuovo alunno (come si vedrà nella parte dedicata alla moltiplicazione in colonna).</p> <p>Ogni fase è stata portata avanti facendo particolare attenzione alle discussioni e conversazioni collettive e alla richiesta di spiegare, argomentare, le scelte, le ipotesi riportate nel gruppo, richiedendo sempre l'ascolto reciproco. E' stato dato ampio respiro anche alle attività motorie, anche e soprattutto sottoforma di gioco di squadra, che sono state veicolo per l'introduzione di una nuova fase o strumento di approfondimento.</p> <p>L'insegnante ha integrato il lavoro individuale con i lavori di gruppo, trovando in questi ultimi la possibilità per un apprendimento produttivo e motivato. In particolare, i gruppi sono stati composti sia da quattro elementi che da due, prendendo "a prestito" le coppie collaudate con il cooperative learning durante le attività condotte dall'altra docente titolare, gli alunni sono stati coinvolti a partecipare alle attività divisi in squadre che, operando insieme, cercavano di rispondere ai quesiti posti, anche di tipo Invalsi o a portare avanti precise consegne, durante le quali la spinta era quella del raggiungimento dell'obiettivo per ottenere come riconoscimento un determinato punteggio. Durante questo tipo di lavoro l'insegnante è intervenuto per favorire e facilitare la conversazione e la cooperazione fra gli alunni, ed in modo particolare, nella fase di consolidamento, per promuovere l'acquisizione delle abilità con sempre maggior sicurezza.</p> <p>Con questa modalità si è potuto notare che tutti i bambini non solo partecipavano molto volentieri, con vivo impegno ed interesse, non sentendo i compiti proposti gravosi o troppo difficili, ma li prediligevano sicuramente agli altri. Grazie alla visualizzazione del progetto di ogni attività giornaliera corredata di immagini, foto, link ai siti dedicati, esercizi da completare, materiali di sintesi, eccetera, riguardante le diverse fasi, attraverso la LIM con l'ausilio del software autore, Mimio Studio, o del software Smart Notebook il percorso è stato reso più chiaro, fruibile ed immediato, accattivante e, soprattutto, rimodulabile dagli interventi attivi e costruttivi proposti dagli stessi bambini ed infine, sempre facilmente pronto per rendere possibile la ricostruzione stessa del percorso ed avviarli alla formalizzazione delle nuove conoscenze.</p> <p>Per introdurre gli alunni verso la nuova operazione, la moltiplicazione, era necessario creare o provocare una situazione "realmente" problematica e che mettesse facilmente in evidenza che un certo elemento, una determinata quantità numerica, sempre uguale a se stessa, si potesse ripetere un numero N di volte e che fosse necessario calcolarne il totale, prima con una addizione ripetuta e poi con la nuova operazione di moltiplicazione. Era necessario rendere evidente la ripetizione e che fosse funzionale al passaggio successivo.</p>	

Naturalmente, questo passaggio sarebbe stato graduale, e avrebbe tenuto presente che quello che viene prima è il fondamento di quello che viene dopo, e che l'obiettivo per tutti i bambini è giungere all'astrazione del concetto di moltiplicazione.

SITUAZIONE DI INNESCO

Per introdurre gli alunni verso la nuova operazione di moltiplicazione, si è approfittato di una occasione concreta che avrebbe richiamato questa particolare questione matematica, permettendogli di arrivare ai contenuti matematici attraverso esperienze reali soprattutto scolastiche, e quindi vissute dalla collettività, e nel caso specifico tratta da un'altra disciplina, la storia.

Durante un'attività di storia sull'orologio, programmata dalla collega di classe, alla quale si è dato supporto durante l'orario settimanale programmato, gli alunni hanno svolto il compito assegnato in modi differenti, dando l'occasione di estrapolare una situazione d'inesco veramente stimolante e coinvolgente per tutti i bambini e di indirizzarla verso l'osservazione di ciò che molto spontaneamente avviene anche quotidianamente..

Nel caso specifico, l'ins. di storia ha invitato gli alunni a rappresentare sul loro quaderno 24 cerchi, tracciandone l'impronta con l'anima in plastica di uno scotch esaurito, nei quali inserire, uno per volta, le 24 ore di un giorno.



Gli alunni, quasi al termine del loro compito, hanno cominciato a confrontare fra loro i lavori, ponendo all'ins. di storia il problema sulla effettiva correttezza del compito. In effetti i bambini avevano deciso diverse organizzazioni dello spazio quaderno per effettuare la rappresentazione dei 24 orologi risultando così che alcuni avevano usato solo due pagine, disegnandone 12 e 12, altri tre pagine con 12, 9 e 3 e altri ancora quattro pagine.

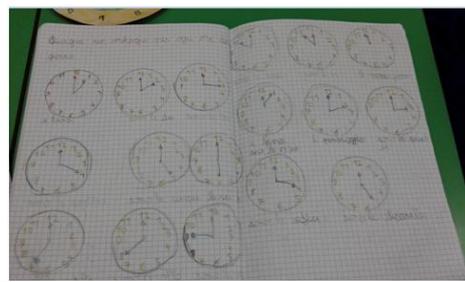
L'ins. ha capovolto il problema e ha formulato lei una domanda agli alunni. Ha chiesto loro quale fosse la consegna:

"Rappresentare 24 orologi, mae'!" , "Bene!" ha risposto, "... quindi, la consegna è stata svolta da tutti correttamente!"

La risposta data era affermativa, ma la perplessità generale era ancora presente.

Probabilmente, non avendo dato una consegna precisa su quella parte del compito, cioè, il numero di orologi da disegnare per pagina, i bambini non si sentivano sicuri sulla modalità più corretta e "ordinata" dello svolgimento dello stesso, ma soprattutto avevano difficoltà nel "manipolare" operativamente quella quantità di disegni e nel contestualizzarla concretamente, e quindi per astrarla e ricondurla al significato della consegna data.

La situazione così come si presentava era più che interessante, così si è deciso di utilizzarla per portarli all'individuazione chiara di un problema e alla sua possibile soluzione.



ARTICOLAZIONE DEL PROGETTO

Strumenti : validi per le diverse fasi

materiale di facile consumo: quaderno di matematica, quaderno di storia, anima scotch, matita, gomma, pastelli, fogli A4, cartoncino, forbici, colla e materiali occasionali, lavagna di ardesia, lavagna con fogli bianchi mobili, lavagna LIM, software Notebook e Mimio, Suite di Office;

testi consultati dagli alunni e dall'insegnante: libro di testo degli alunni, "L'incredibile Wiki 2", edizioni Minerva, con estensione digitale corredata da esercizi interattivi:

<http://libropiuweb.mondadorieducation.it/studente/homePersonale>

alcuni testi editi dalla Erikson:

"L'intelligenza numerica volume 1 e 2" e "La dislessia e le difficoltà in aritmetica" curati entrambi dalla dott.ssa Daniela Lucangeli;

"Nel mondo dei numeri e delle operazioni volume 1 e 2" a cura di Bozzolo e Costa;

"Imparare le tabelline" ovvero Strategie di memoria visiva e apprendimento associativo di Camillo Bortolato;

la "Guida Navigazioni di matematica" vol 2 a cura di Germana Girotti, con estensione digitale, la "Guida Giunti di

matematica” vol 2, a cura di Simonatti e Taroni;
 diversi quaderni operativi orientati verso il raggiungimento delle competenze;
 Siti web e blog sulla matematica: (se ne riporta solo una parte)
 Progetto Aral <http://www.aralweb.unimore.it/site/home.html>
 Baby flash <http://www.baby-flash.com/moltiplica1.swf>
 La teca didattica <http://www.latecadidattica.it/seconda2011/seconda.htm>
 Digiscuola <http://www.digiscuola.org/matematica/?paged=8>
 Lannaronca <http://www.lannaronca.it/schede%20matematica%20seconda%20p.htm>
 Ivana Sacchi http://www.ivana.it/j/index.php?option=com_phocadownload&view=category&id=81:moltiplicazioni
 Laura Properzi http://www.lauraproperzi.it/quiz/seconda_mat_08_09.htm
 Ddrivoli http://www.ddrivoli1.it/PORTOMATE/giochi_di_matematica.htm
 Il blog di maestro Roberto Sconocchini <http://www.robertosconocchini.it/discipline-matematica/1936-scuola-primaria-insegnare-matematica-in-classe-seconda.html>
 Il Blog di maestro Gianpaolo Rubado http://didatticamatematicaprimaria.blogspot.it/2011/01/la-moltiplicazione-come-addizione_24.html
 GESTINV – Archivio interattivo delle PROVE INVALSI <http://www.gestinv.it/>

Tempi di attuazione:

le attività di questa particolare fase sono state portate avanti dedicando un monte ore all’incirca di 10, svolte in un arco di 8 giorni, ma nel passaggio alle altre fasi, poichè l’argomento è stato di volta in volta approfondito e consolidato, non è stato possibile calcolarne il numero.

Attività: **la moltiplicazione come addizione ripetuta.**

Introduzione.

Problematizzazione di una situazione reale.

Nella fase d’innesco sopra descritta l’evidente disorientamento degli alunni è servito per veicolare la necessità di trovare un metodo/ modo “matematico” per arrivare a scoprire l’effettiva correttezza della risoluzione del compito assegnato a tutta la classe, malgrado le scelte diverse.

Formulazione di ipotesi risolutive.

Inizialmente, è stato proposto, semplicemente, che ciascun bambino contasse il numero degli orologi rappresentati in ogni pagina. Naturalmente è nata una certa confusione, infatti i risultati ottenuti erano molto diversi fra loro.....bisognava non solo contare, ma anche registrare il conteggio.

Quindi, è stato proposto che, mentre ogni alunno contava il numero di orologi per pagina e lo ripeteva ad alta voce, si provvedesse alla sua registrazione alla lavagna.

Confronto dei risultati.

Dalle prime registrazioni scaturivano due, tre o quattro numeri per bambino..

Bisognava riportare l’attenzione sul problema:

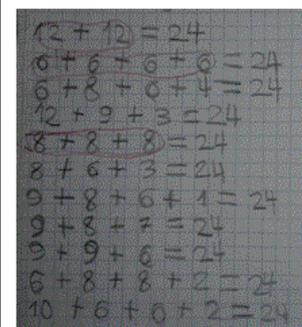
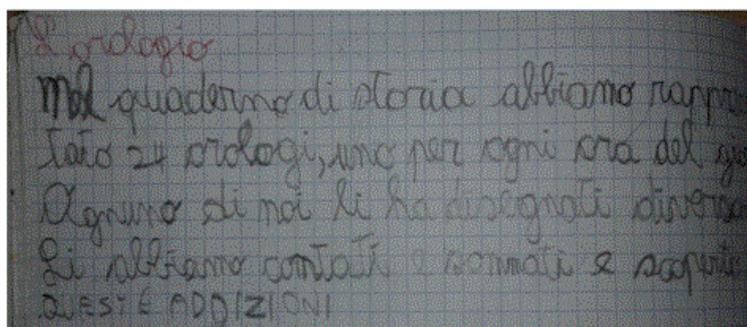
“Tutti avete disegnato 24 orologi? Come lo possiamo scoprire?”

Gli alunni hanno cominciato a proporre di sommare i numeri di ogni registrazione, utilizzando il simbolo “+” fra i numeri. Al termine dell’indagine, era chiaro che tutti avevano eseguito il compito correttamente, anche se utilizzando un numero di pagine differente.

Problematizzare la realtà.

Fase 1

La moltiplicazione come addizione ripetuta



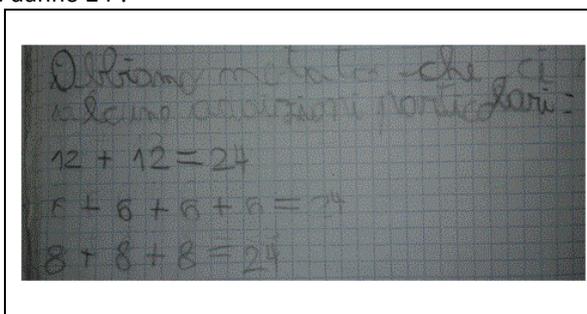
Alla lavagna si presentavano una serie di addizioni con più addendi.

Si è posta la domanda: “Notate qualcosa fra queste addizioni, vi colpisce qualcosa?”

Formulazione di ipotesi.

Dopo alcune risposte vaghe o perplesse, alcuni hanno notato che tutte erano uguali a 24, che in qualche caso riconoscevano gli amici del 10, ma solo un paio di alunni ha iniziato a notare che in almeno tre addizioni, l’addendo si ripeteva uguale a se stesso (12 + 12 ; 6 + 6 + 6 + 6 + 6 ; 8 + 8 + 8) e un bambino ha pronunciato la frase: “quattro volte 6!” e un altro ha dichiarato : “sì, e anche, tre volte

8 e due volte 12! E tutte danno 24 !"



Confronto dei risultati.

Si è cercato di contestualizzare le scoperte e focalizzare l'attenzione sul fatto che, per esempio, i 12 orologi si **ripetevano due volte**, e così, i 6 si ripetevano quattro volte, e gli 8 tre volte, chiedendo, infine, conferma agli alunni che avevano svolto il compito in quel modo.

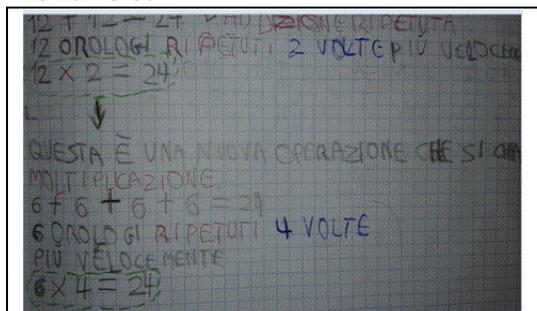
Conclusione e formalizzazione delle scoperte.

A questo punto, si è deciso di attirare l'attenzione degli alunni "raccontando" loro che quelle addizioni con l'addendo ripetuto, " ... **i matematici le chiamano addizioni ripetute!**" e che, sempre i matematici, hanno pensato che quella particolare operazione si potesse scrivere più velocemente, ma mantenendo il medesimo significato.

Da qui il passaggio dall'uso dei termini : **ripetere tante volte** e **per due volte**, per tre volte, eccetera **al l'introduzione del simbolo x**.

Per contestualizzare, è stato proposto di scrivere le diverse addizioni ripetute scoperte e la corrispondente moltiplicazione, utilizzando entrambe le rappresentazioni grafiche.

Quante volte si ripete il primo numero?



Attività sulla **la moltiplicazione come addizione ripetuta** svolte successivamente.

Sono state proposte alcune semplici situazioni problematiche, prima esperite in aula attraverso la drammatizzazione, con l'utilizzo di materiale occasionale (piccoli giochi, carte da gioco, figurine, pastelli, elastici, ecc), che hanno sempre condotto gli alunni alla loro risoluzione attraverso l'addizione ripetuta e quindi alla conseguente moltiplicazione, focalizzando l'attenzione, di volta in volta, sui termini: **ripetuto ...tante volte...per**.

Ancora una volta, una nuova di attività di storia, svolta in un momento di compresenza con l'insegnante di questa disciplina, è stato l'imput "occasionale", ma poi guidato, per porre in evidenza una situazione problematica ove fosse chiara la ripetizione di uno stesso numero, risultando alla fine particolarmente interessante e significativa anche perché riguardava l'acquisizione di concetti di un'altra disciplina e fornendo sia all'esperienza "storica" stessa che a quella matematica un valore aggiunto inaspettato.

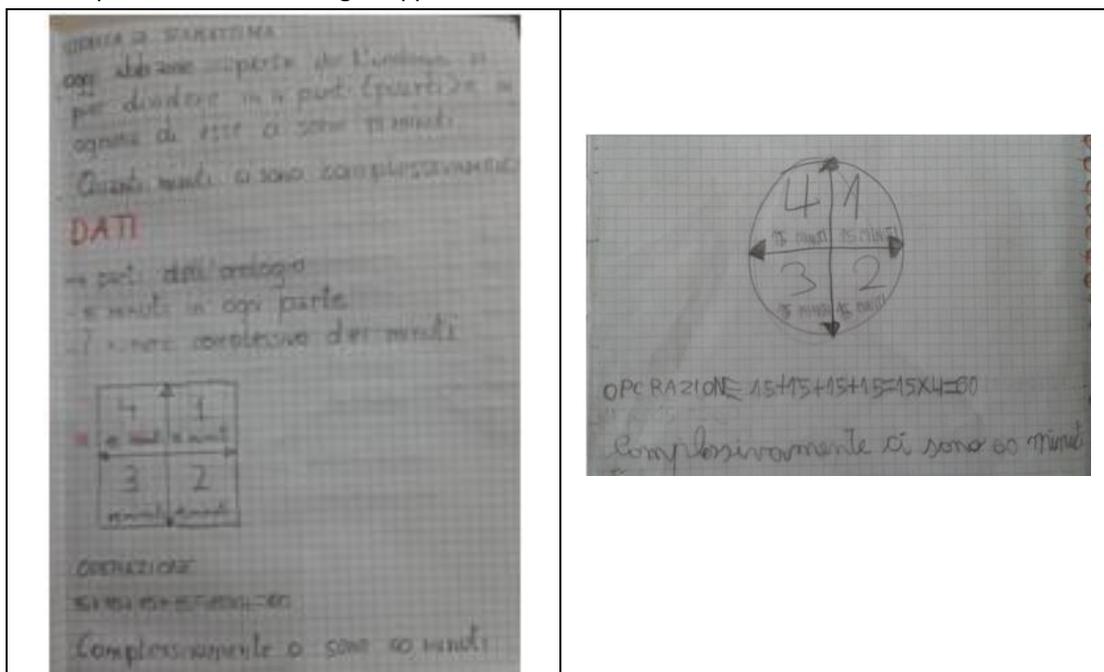
Nello specifico, l'attività riguardava la scoperta della ripartizione del quadrante dell'orologio in quattro quarti, di 15 minuti ciascuna, così come si vinceva chiaramente dal disegno, eseguito dalla maestra di storia, su una lavagna mobile, provvista di un blocco, 67x96 cm, con fogli bianchi sovrapponibili, sempre a disposizione per registrare idee, concetti da richiamare al momento opportuno.



Mentre l'insegnante di storia guidava gli alunni verso l'acquisizione del nuovo concetto, comprendere che l'ora, divisa in 60 minuti, si può dividere anche in quattro sezioni da 15 minuti ciascuna, chiamati quarti d'ora, fra le domande stimolo specifiche proposte, ha chiesto agli alunni "quanti minuti ci sono complessivamente nell'orologio del disegno?"

Fra gli alunni è nata una discussione che, opportunamente guidata da entrambe le maestre, li ha condotti ad individuare che l'orologio era stato diviso in 4 parti e che ciascuna era composta da 15 minuti, quindi lo stesso numero si ripeteva 4 volte: una evidente addizione ripetuta/moltiplicazione. La registrazione del lavoro sul quaderno di matematica, sotto forma di "problema" è stata una logica conseguenza.

Si riporta la foto del quaderno di un alunno che ha scelto di rappresentare il quadrante come un quadrato!!!! (Maè, è più facile da disegnare e lo capisco meglio che è diviso in quattro parti!!) ma anche il particolare di un orologio rappresentato da un alunno utilizzando la forma circolare



Una ulteriore attività significativa sull'addizione ripetuta e relativa moltiplicazione, si è realizzata grazie ad un'attività laboratoriale di **scienze** svolta dagli alunni all'interno di un **progetto sull'ACQUA condotto con l'aiuto di un'esperta esterna del CEA SARDEGNA di Baratz**.

Gli alunni divisi in 4 gruppi dovevano, attraverso una discussione e una mediazione nel gruppo stesso, analizzare, classificare e scegliere due immagini rispetto alle categorie: "noi e l'acqua", "l'acqua che non si vede", "l'acqua che si vede" e successivamente illustrarle ed argomentare le proprie scelte agli altri gruppi.



Come si evince dalla terza foto, sulla cattedra era chiaro che, per le tre categorie, erano state selezionate parecchie immagini. Infatti, al termine del lavoro una bambina, avvicinatasi alla cattedra per osservare il risultato finale, poneva a voce alta la domanda :

“Quante immagini abbiamo scelto!!!!.....ma quante ce ne sono in ogni gruppo?”.

Immediatamente, altri alunni hanno provato ad ipotizzare il totale, ma le ipotesi erano molto diverse fra loro. Allora, la medesima bambina ha proposto agli altri di contare le immagini per categoria e dal conteggio si è scoperto che la quantità era la medesima.

La domanda posta agli alunni è nata immediatamente e spontaneamente:

“Se ci sono 8 immagini per categoria, quante sono complessivamente tutte le immagini?

Provate ad immaginare come rappresentarlo con il disegno!” .

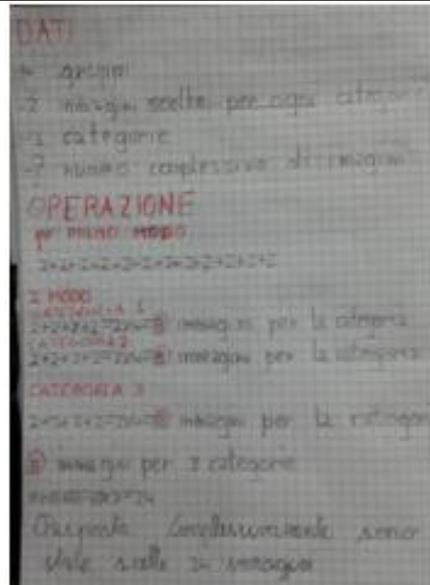
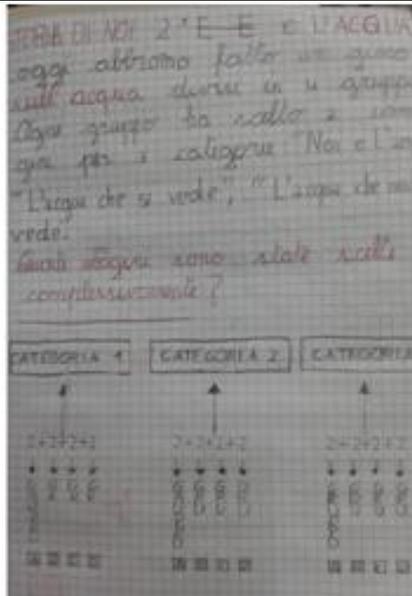
Dalle idee e dalle rappresentazioni due erano le scelte più chiare:

contare tutte le scelte – due immagini per gruppo per le tre categorie, quindi 2 ripetuto 12 volte – o contare le due immagini scelte da ogni gruppo per categoria e poi sommarle, quindi $2 \times 4 = 8$ e poi $8 \times 3 = 24$.

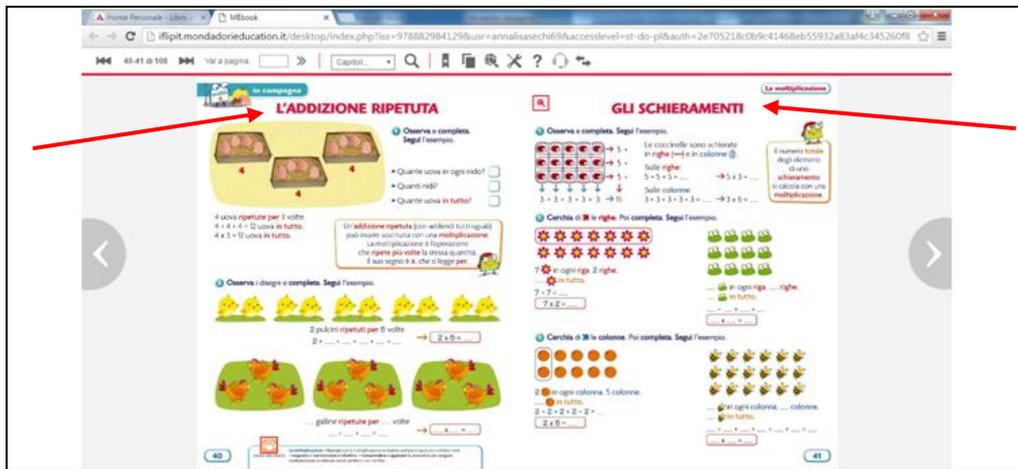
Si è deciso di registrare entrambe sul quaderno, descrivendo il percorso sotto forma di situazione problematica reale con un disegno coerente, e la descrizione ragionata delle informazioni con i DATI, quindi con entrambe le due ipotesi di soluzione.

Si è colta l'occasione anche per fermare l'attenzione sulla parola-chiave **“per ogni”** che sarebbe diventata centrale nell'affrontare le attività successive.

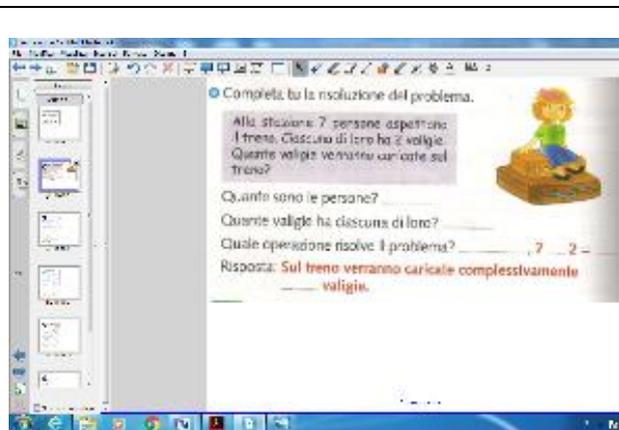
Nelle immagini qui sotto si vede la sintesi del lavoro svolto sul quaderno dei bambini.



Anche l'utilizzo di esercizi tratti da materiale strutturato come le attività proposte dal libro di testo, fruiti collettivamente anche alla LIM, grazie al formato WEB.



Ma anche l'utilizzo di altro materiale strutturato, tratto da altri testi, scannerizzato e proiettato alla LIM, ha contribuito alla formazione e costruzione di nuovi concetti grazie alla struttura stessa delle proposte didattiche scelte ad hoc ed alla possibilità di rimaniolarle contestualizzandole attraverso un'analisi collettiva. Se ne riporta qualche esempio.

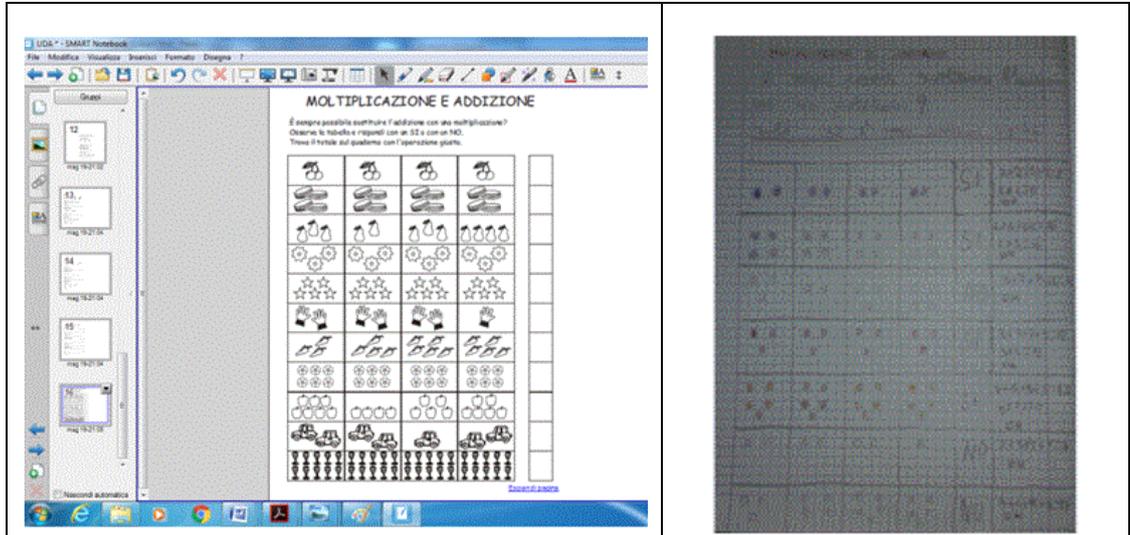


A sinistra la proposta alla LIM e a destra le risultanze del lavoro svolto dalla classe sul quaderno.

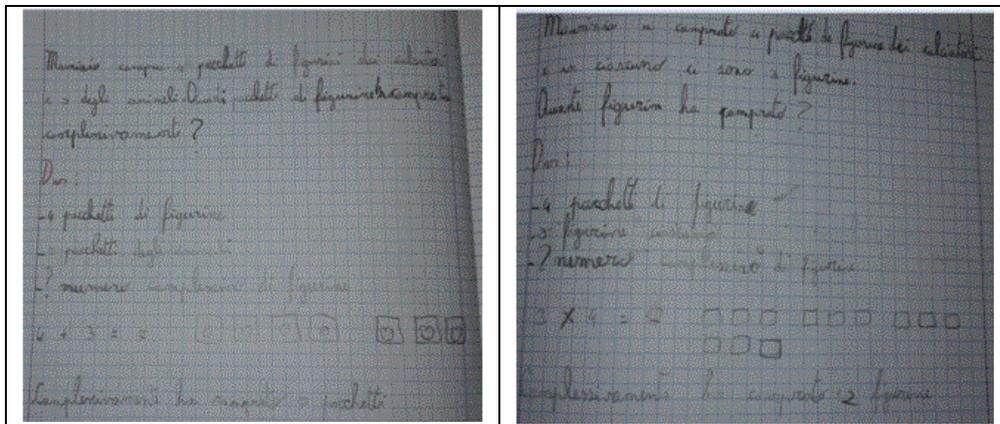
Qui di seguito, solo alcuni degli esempi più significativi.

Nel primo caso una situazione problematica abbastanza semplice:

Nella successiva attività veniva semplicemente chiesto se “è sempre possibile sostituire l’addizione con una moltiplicazione?” e quindi si richiedeva solo un SI o un NO, ma, nel lavoro svolto individualmente e riportato sul quaderno, si chiedeva di completare scrivendo accanto ad ogni rappresentazione l’operazione corrispondente, solo l’ addizione o l’addizione e moltiplicazione, in modo da percepire in modo schematico la diversa rappresentazione ed iniziare a concettualizzare.



Per consolidare questo concetto sono state proposte situazioni problematiche con dati numerici e informazioni simili ma che portavano una alla soluzione unicamente additiva e l’altra a quella additiva/moltiplicativa. Si riporta di seguito il lavoro trascritto sul quaderno di bambini.



Si è dato spazio anche all’attività di gruppo, o di squadra come in genere viene proposto ai bambini, perché nella loro immaginazione ed esperienza, il lavoro di squadra comporta, generalmente, il raggiungimento di un punteggio, ovvero la vittoria sugli altri gruppi! Pertanto, la motivazione all’impegno, l’attenzione, la collaborazione, la condivisione delle strategie vengono o perseguite dal singolo gruppo non come una imposizione, ma una scelta per “vincere”.

Ad ogni gruppo veniva consegnato una scheda con un disegno oppure un breve testo dai quali individuare ed estrapolare l’addizione ripetuta e la moltiplicazione corrispondente. Al termine il gruppo più veloce poteva esporre la propria interpretazione e se questa era corretta guadagnava il punto tanto agognato.

E’ evidente che questa strategia, così semplice, sia particolarmente efficace per raggiungere lo scopo posto durante le attività, ma anche per permettere gli alunni di porsi nelle condizioni di “riflettere, confrontarsi, ascoltare, discutere con gli adulti e con gli altri bambini, tenendo conto del proprio e dell’altrui punto di vista, rispettandone le differenze” e “giocare e lavorare in modo costruttivo, collaborativo, partecipativo e creativo con gli altri bambini”. ... (tratto dalle competenze sociali specifiche del curriculum).

Prima di passare alla fase successiva è stato necessario procedere ad una **valutazione formativa** sui concetti sinora esperiti, pertanto sono state proposte quattro situazioni problematiche sotto forma di storie con molte analogie, ma delle quali due si potevano risolvere solo con l'addizione e due con l'addizione o solo la moltiplicazione. La prova è stata illustrata come momento di lavoro individuale specificando agli alunni che non avrebbero ricevuto un voto ma che avrebbero dovuto impegnarsi per mostrare di avere acquisito il concetto.

“LE STORIE problematiche” .

- Storia 1: Ieri, al supermercato, mia madre ha comprato 4 mele e 6 pere. Con quanti frutti mi preparerà la macedonia?*
- Storia 2: Ieri, al supermercato, per la ricreazione, mia madre ha comprato 5 confezioni di merendine alla marmellata e in ciascuna ci sono 8 merendine. Quante merendine ha comprato in tutto?*
- Storia 3: Ieri, al supermercato, mia madre ha comprato 8 bottiglie di coca-cola per la festa di compleanno di mio fratello, però, a casa, si è accorta che ne aveva già 5. Quante bottiglie di coca-cola ci sono ora a casa?*
- Storia 4: Mia madre, per la festa di mio fratello, vuole preparare 4 torte al cioccolato. In ogni torta ci metterà 3 uova. Quante uova dovrà usare?*

Dopo la verifica e valutazione degli errori, le situazioni problematiche sono state analizzate nel gruppo classe, partendo proprio dall'errore, spingendo gli alunni stessi ad argomentare, motivare le scelte effettuate e trovare la soluzione corretta.

Analizzati i risultati della valutazione formativa gli alunni sono stati divisi in gruppi.

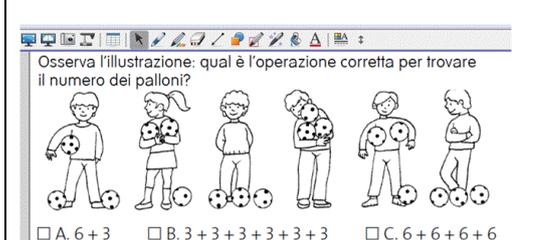
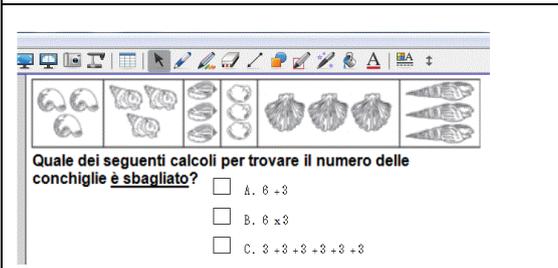
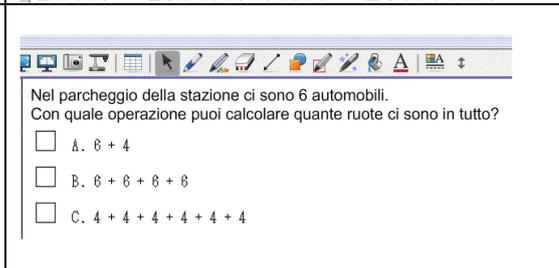
Un primo gruppo si è dedicato ad attività di consolidamento e potenziamento:

date alcune immagini gli alunni dovevano formulare situazioni problematiche risolvibili con la moltiplicazione che avrebbero illustrato al gruppo classe;

un secondo gruppo, invece, poteva svolgere attività di recupero e rinforzo: date alcune semplici immagini di situazioni problematiche avrebbero dovuto risolverle con l'addizione o con l'addizione ripetuta/moltiplicazione.

Come ulteriore recupero e rinforzo, si è deciso di proporre alla classe, ancora divisa nelle stesse squadre dell'attività sopra descritta, di provare a “guadagnare nuovi punti per il proprio gruppo” attraverso la soluzione di alcuni semplici quesiti Invalsi, proiettati alla LIM, realizzati con una presentazione [Smart Notebook](#) (anche in [pdf](#)).

Eccone alcuni esempi

 <p>Qual è l'operazione che descrive con i numeri il disegno?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $4 + 4$ <input type="checkbox"/> B. 4×4 <input type="checkbox"/> C. 4×3</p>	 <p>Osserva l'illustrazione: qual è l'operazione corretta per trovare il numero dei palloni?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $6 + 3$ <input type="checkbox"/> B. $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ <input type="checkbox"/> C. $6 + 6 + 6 + 6$</p>
 <p>Quale dei seguenti calcoli per trovare il numero delle conchiglie è sbagliato?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $6 + 3$ <input type="checkbox"/> B. 6×3 <input type="checkbox"/> C. $3 + 3 + 3 + 3 + 3$</p>	 <p>Nel parcheggio della stazione ci sono 6 automobili. Con quale operazione puoi calcolare quante ruote ci sono in tutto?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $6 + 4$ <input type="checkbox"/> B. $6 + 6 + 6 + 6$ <input type="checkbox"/> C. $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$</p>

Fase 2

la moltiplicazione con gli schieramenti e gli

Tempi di attuazione:
 7 ore per gli schieramenti, di cui 1h in palestra e 1 h di tecnologia
 5 ore per gli incroci, compreso le attività di scoperta della moltiplicazione per zero e le altre attività proposte successivamente con le nuove.

Attività: **la moltiplicazione con gli schieramenti e incroci.**
Introduzione.
 Le attività hanno preso avvio proprio mentre si portava a termine la fase precedente.
 L'occasione si è presentata durante le attività motorie svolte in palestra sotto forma di giochi di squadra. Gli alunni, invitati a muoversi liberamente nello spazio-palestra, al via dell'insegnante dovevano riunirsi in squadre composte da un certo preciso numero di componenti e poi disporsi in file

incroci.

ordinate e parallele il più velocemente possibile. La squadra che riusciva nel compito si aggiudicava un punto. Considerando che la classe è composta da 19 alunni, la composizione della squadra variava dai 5, 6, 7 bambini per gioco e naturalmente qualcuno rimaneva fuori. All'inizio del gioco era difficile capire come formare le squadre velocemente e scoprire chi aveva rispettato la consegna, quindi si è deciso di organizzare le squadre in fila perfettamente schierate: "Come i soldati, maè!" e il primo della fila provvedeva al conteggio della squadra. Grazie a questa verifica svolta dai medesimi gruppi, cominciavano ad intravedersi delle addizioni ripetute, ma con una rappresentazione del tutto nuova. A questo punto, non restava che rinforzare questa scoperta attraverso il gioco stesso. Come si è spiegato, a causa della composizione della classe, ogni volta che si formavano le squadre qualche alunno rimaneva naturalmente fuori, ma questo fatto, ora, diventava una risorsa/variante interessante del gioco stesso, infatti, potevano guadagnare anche loro dei punti se solo avessero individuato per primi tutte le addizioni ripetute costruite dalle squadre, di volta in volta, con uno schieramento diverso e ne avessero saputo calcolare il risultato.



Tornati in aula, durante l'ora di tecnologia, si è chiesto agli alunni di raccontare le fasi del gioco ricostruendole insieme, provando quindi a ripeterlo autonomamente anche nello spazio aula. Il giorno successivo è stato proposto di ripetere i medesimi giochi e di provare a realizzarne una rappresentazione schematica sul quaderno.

Le foto originali, riprese durante i giochi in aula, sono andate perse, pertanto, si è ritenuto opportuno chiedere agli alunni di ripetere i medesimi giochi svolti nei mesi precedenti e riportarle qui di seguito

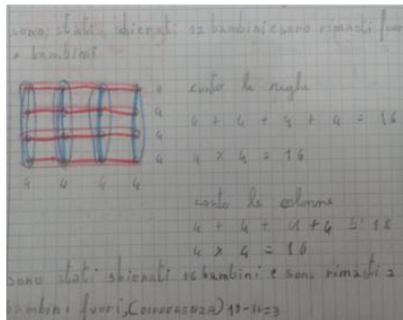
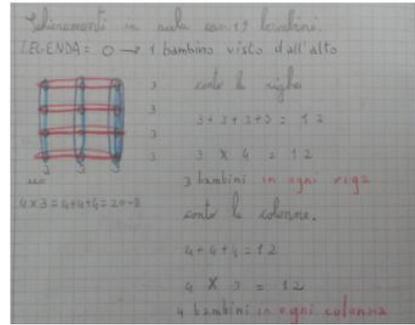


L'attività è stata molto apprezzata dai bambini, infatti nei giorni successivi hanno chiesto di ripeterla nello spazio-aula. Visto l'interesse dimostrato, è stato proposto di rappresentare i giochi e di farlo utilizzando una rappresentazione chiara degli schieramenti.

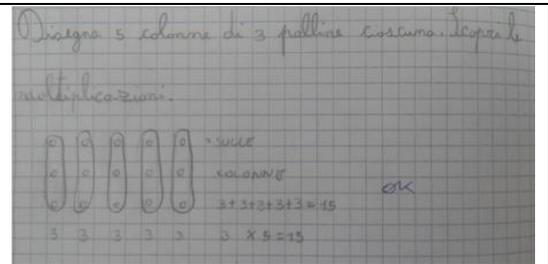
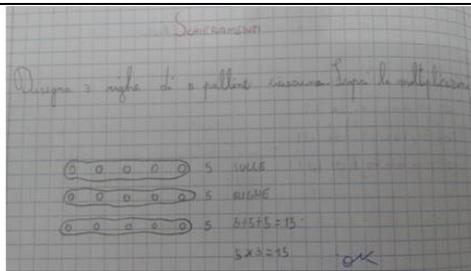
(Come per le precedenti, anche queste foto originali, riprese durante i giochi in aula, sono andate perse, pertanto, si è ritenuto opportuno chiedere agli alunni di ripetere i medesimi giochi svolti nei

mesi precedenti e riportarle qui di seguito).

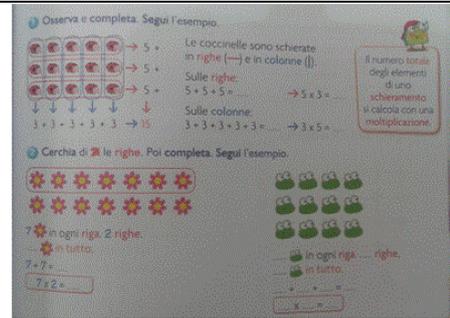
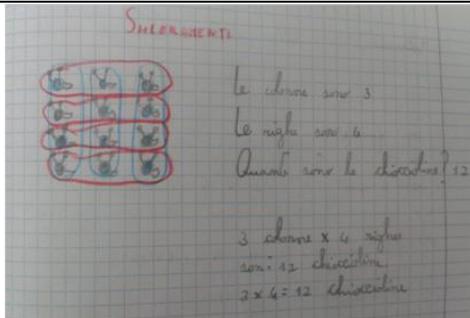
Naturalmente l'attività è stata verbalizzata, schematizzando opportunamente sul quaderno.



Si riportano alcune rappresentazioni schematiche realizzate sul quaderno per mettere in evidenza prima gli schieramenti in riga e le relative addizioni ripetute/ moltiplicazioni e poi solo quelli in colonna.



Solo successivamente si è passati alla rappresentazione contemporanea dei due schieramenti, riga / colonna, sia attraverso esercitazioni proposte dal libro di testo che in schede estrapolate da quaderni operativi che sono state proiettate alla LIM e che i bambini hanno riportato sul quaderno.



Questa attività di doppia visualizzazione ha permesso agli alunni di intuire la "proprietà commutativa" che via via ha iniziato a farsi strada, molto autonomamente, soprattutto come strategia personale per

il calcolo veloce.

Tale scoperta è stata molto utile per i bambini, perché l'applicavano con molta serenità e semplicità, e soprattutto senza grandi riflessioni o interventi da parte dell'insegnante per formalizzarla in quello che poi è il pensiero/concetto matematico.

Le difficoltà, se così si può dire, sono iniziate quando veniva applicata per la risoluzione dei problemi: per i bambini era indifferente moltiplicare partendo dal moltiplicando o dal moltiplicatore.

Il loro percorso era chiaro e la spiegazione semplice: "Maè, leggo la storia, capisco di cosa parla, me la immagino, guardo i numeri e capisco cosa devo scrivere nella risposta, quindi scopro e scrivo l'operazione che mi serve!"

Era evidente che mancava un'analisi veramente ragionata dei DATI!

Quindi, è iniziato un percorso in tal senso che li portasse a individuare il significato del moltiplicatore, che è la quantità che si ripete, e quindi quella si moltiplica per il moltiplicando. Per aiutarli nell'acquisizione di questo concetto è stata utilizzata la strategia della rappresentazione grafica ragionata e condivisa e della discussione collettiva, per ogni situazione problematica proposta, attraverso l'analisi e schematizzazione in termini chiari, semplici e condivisi dei DATI.

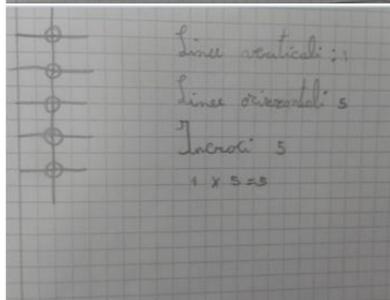
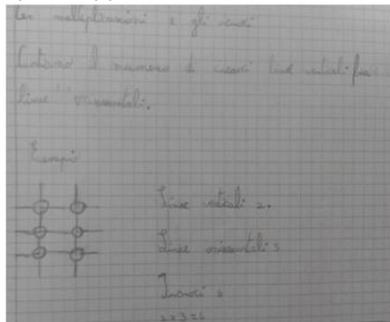
La moltiplicazione con gli incroci.

La rappresentazione e il calcolo della moltiplicazione con gli incroci è stata una logica conseguenza derivata soprattutto dalla rappresentazione di uno schieramento in una maniera più veloce e, volendo, forse "simbolica", ma sicuramente altrettanto intuitiva, fruibile e pratica per tutti i bambini! Così come dimostrato da una attività di valutazione formativa proposta loro più avanti.

Il passaggio dal raggruppamento negli schieramenti, delle righe o delle colonne, con una linea curva, ad una linea retta che "tagliasse", o meglio "incrociasse", gli oggetti rappresentati come palline o cerchi, per lo più, è stato subito ben accetto da parte di tutti i bambini e anche privilegiato in molte scelte di rappresentazione della moltiplicazione stessa!

A tal proposito si riporta qualcuna delle esercitazioni proposte rappresentate sul quaderno.

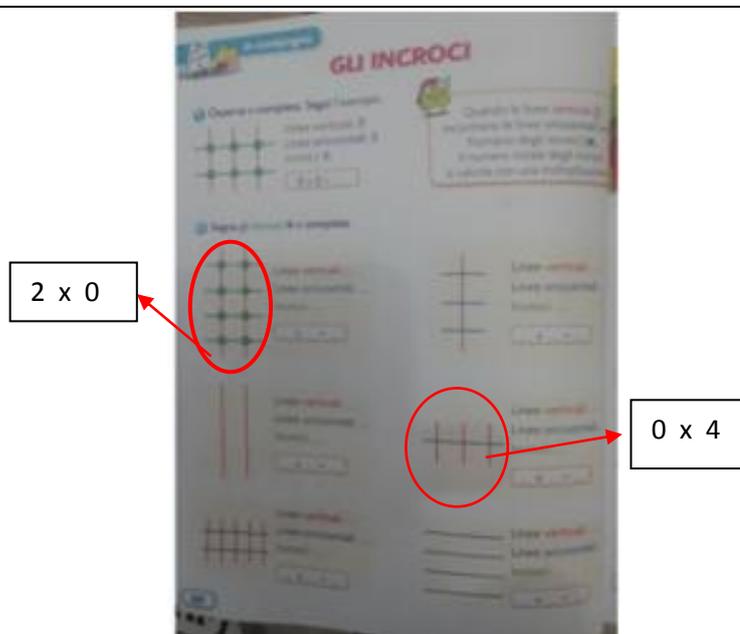
I primi approcci.....



seguiti da alcune esercitazioni tipo:



Seguiti, successivamente da una pagina del loro testo che ha offerto l'occasione di trovarsi di fronte al problema della moltiplicazione per zero, permettendo, attraverso la sua visualizzazione sul libro web digitale, di esplicitare e confrontare al meglio le strategie individuali.



Dall'analisi degli incroci "inesistenti" non è stato difficile cogliere il significato dello zero nella moltiplicazione, quindi come consolidamento sono state proposte attività del tipo

<p>....sul quaderno..</p>	<p>e alla LIM</p>
---------------------------	-------------------

Ma anche attività di drammatizzazione fra gli alunni posti davanti a situazioni nelle quali apparentemente gli si offriva di fare un gioco con le carte, ma in realtà non gliene veniva consegnata alcuna.....

Nello specifico, durante un'attività di esercitazione, l'insegnante chiamava alla cattedra, a turno, prima due, poi tre o quattro, fra gli alunni che avevano terminato, con la scusa che avrebbero potuto giocare a carte.

"Bambini siete stati molto bravi a terminare il vostro lavoro, quindi adesso potrete giocare con queste carte che vi consegno ...!"

Ma, ai bambini con il gesto non veniva effettivamente consegnato nulla! Invece, li si rimandava a posto dicendo: " Bene, ora, senza disturbare, tornate a posto e giocate fra voi!"

Davanti all'evidenza delle indicazioni "assurde" date dall'insegnante, gli alunni si ritrovavano spiazzati e ammutoliti e con lo sguardo smarrito tornavano a posto.

Dopo tre tentativi un alunno, particolarmente attento, ha chiesto: "Ma scusa maestra, come facciamo a giocare se non ci hai dato niente, non ci hai dato nessuna carta!!" E l'insegnante: "Davvero?"

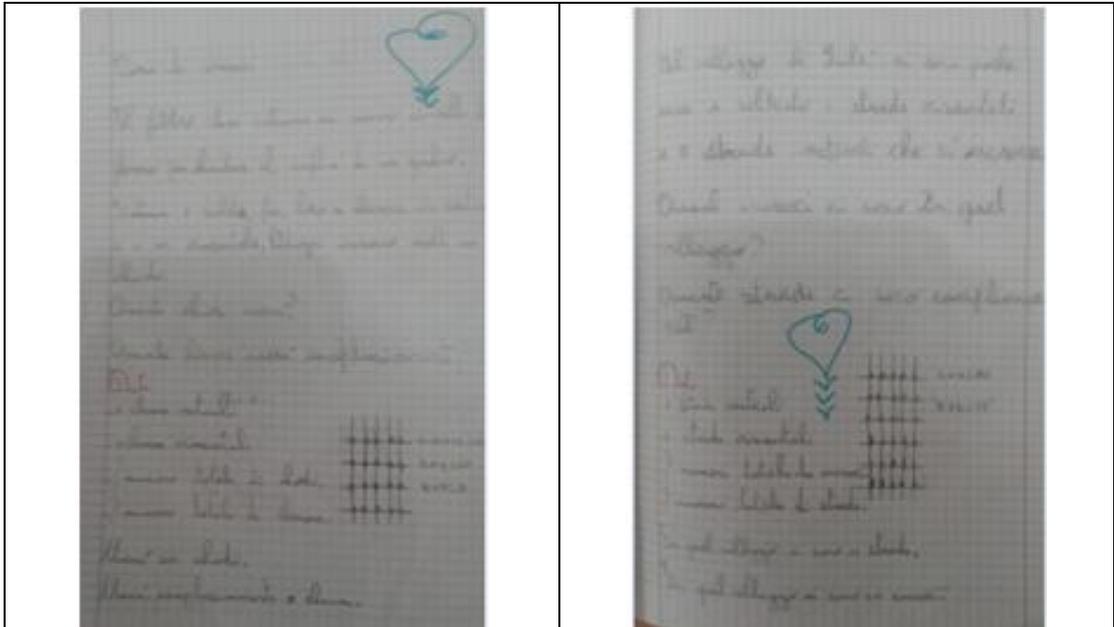
Interrogando i vari alunni chiamati continuava: "Scusate bambini, quante carte vi ho dato?" La risposta è stata immediata "ZERO!!!" Quindi, continuando, l'insegnante: "Bene, proviamo a scrivere questa strana storia che ha combinato oggi la maestra!!"

Dalla mediazione dei fatti è stato costruito un problema con dati e operazione per zero. Ecco la sua rappresentazione sul quaderno..

Tale situazione, richiamata, successivamente, alla memoria varie volte, soprattutto quando si presentava una moltiplicazione per zero, ha sicuramente creato un substrato forte perché emotivo e certamente utilissimo e funzionale al lavoro

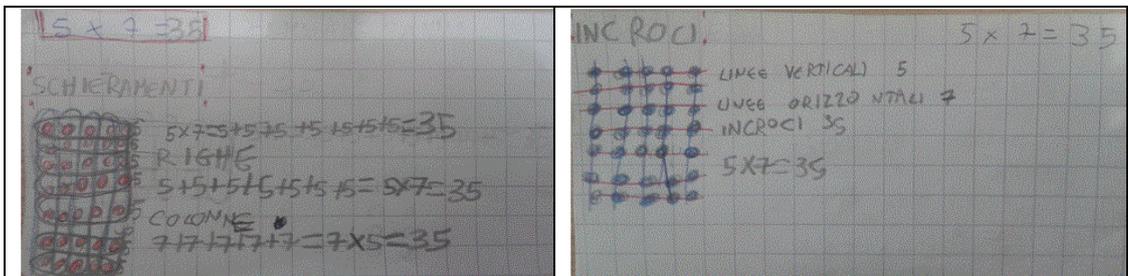


In un secondo momento sono state proposte situazioni problematiche che portavano chiaramente all'utilizzo degli incroci per la loro risoluzione, dei quali si allegano due esempi.



A conclusione di questa fase è stata organizzata un'attività di **valutazione formativa**.

Dato un foglio con una moltiplicazione, è stato chiesto agli alunni di rappresentarla in tutti i modi che conoscevano: addizione ripetuta e moltiplicazione corrispondente, schieramenti ed incroci.



Dalla verifica svolta, è emerso chiaramente che, seppur con livelli di competenza diversa, tutti gli alunni avevano dimostrato di aver raggiunto l'obiettivo prefissato, pertanto si è deciso di passare alla fase successiva.

Tempi di attuazione: linea dei numeri, approccio alla moltiplicazione per 2 e attività sulla moltiplicazione per zero: 5 ore; il paio, la coppia, il doppio, il triplo, il quadruplo e la metà: 5 ore; le combinazioni e il prodotto cartesiano: 2 ore

Attività

La moltiplicazione attraverso:

- la linea dei numeri
- le tabelline entro il 10
- il paio e la coppia
- le combinazioni o prodotto cartesiano
- il doppio, il triplo, il quadruplo.

La linea dei numeri.

Le attività riguardanti la moltiplicazione attraverso l'analisi dei salti sulla linea dei numeri è iniziata quando è stato ripreso il discorso sullo zero mentre si analizzava una situazione problematica tutti insieme e nello stesso momento un alunno chiedeva di raccontare ai suoi compagni una sua scoperta sulla relazione fra lo zero e la linea dei numeri (una linea di carta da 0 a 100 appesa lungo le pareti dell'aula). Bisogna qui chiarire che il bambino è un gran fruitore di questa linea, che vede molto bene dalla sua postazione, per effettuare o controllare l'esattezza di molti calcoli. La sua scoperta era la seguente:

"Se io guardo il 6 e faccio 3 salti indietro, ma sempre di 2 posti, arrivo a zero....vuol dire che ho ripetuto 3 volte salti di 2, quindi $2 + 2 + 2 = 6$ oppure 2×3 però parto sempre da ZERO!"

Dopo l'intervento, l'insegnante ha chiesto all'alunno di spiegare meglio alla classe la sua scoperta e ha provato a spostare l'attenzione proprio sullo ZERO.

"Fammi capire bene. Se tu inizi a contare da zero e poi fai sempre salti di 2...fai un'addizione ripetuta? Cioè una moltiplicazione? Arrivi sempre a 6?"

La risposta affermativa ed entusiasta ha subito coinvolto anche gli altri compagni, i quali hanno provato a controllare se la scoperta fosse vera!!! E hanno iniziato anche a provare da soli. L'insegnante ha, quindi, cercato di pilotare l'attività proponendo alcune esercitazioni orali, strutturate e chiare, anche diverse e coinvolgenti, le quali sono state affrontate come una sorta di gara.

All'inizio veniva richiesto di effettuare prove di salti solo per 2, cercando di individuare l'addizione ripetuta e poi la moltiplicazione, ma, in seguito, anche qualcosa di più complicato come i salti per 3 e per 4, ma anche per 5.

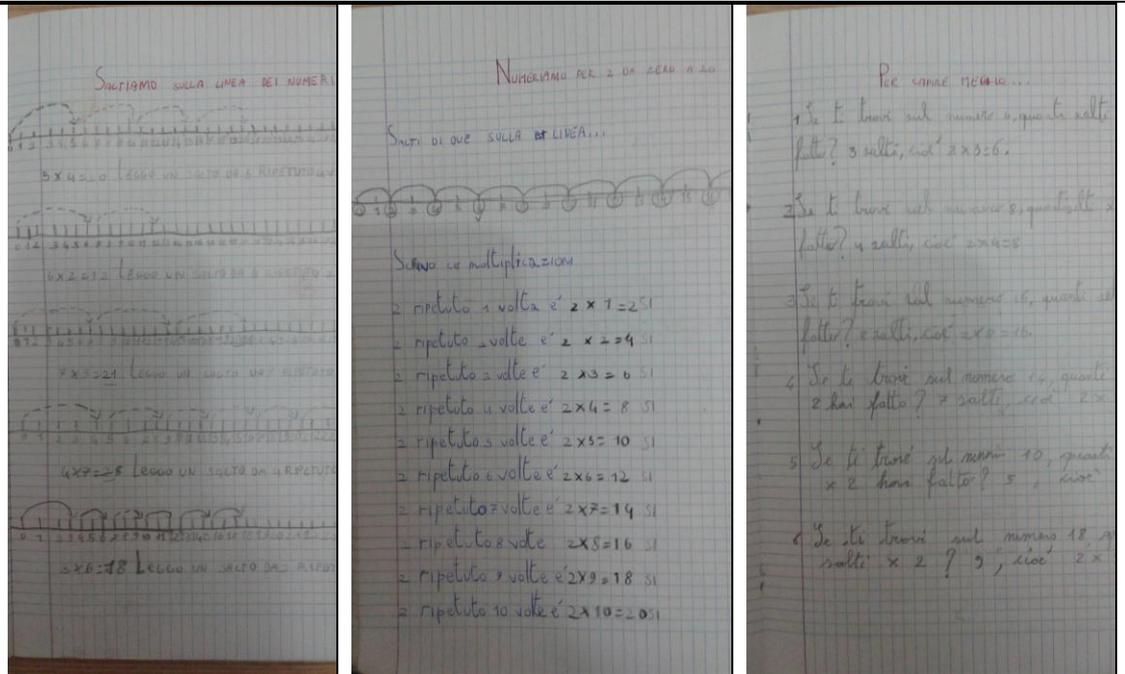
Per esempio: "Se ti trovi sul numero 8, quanti salti di 2 hai fatto per arrivarci? Sai dirmi l'addizione ripetuta? La moltiplicazione?" E così via.

Il gioco è sembrato non solo divertente ma anche "facile, maè!". Sicuramente, tutto questo è stato possibile perché la linea è sempre uno strumento molto utilizzato dai bambini come riferimento, ma anche perché, immaginare di saltare sulla linea, derivava dai salti reali effettuati durante tutta la prima classe sulla linea dei numeri attaccata al pavimento.

Fase 3
La moltiplicazione attraverso: la linea dei numeri le tabelline entro il 10 il paio e la coppia Le combinazioni o prodotto cartesiano, il doppio, il triplo, il quadruplo



In un secondo momento, i "giochi-gare" sono stati trasposti sul quaderno, permettendo da un lato di fissare graficamente le attività solo "immaginate" e dall'altro di dare l'avvio alle NUMERAZIONI per 2 e successivamente alla costruzione della TABELLINA del 2.



Le tabelline entro il 10 e la loro memorizzazione con il metodo di Camillo Bortolato

La costruzione delle “tabelline entro il 10”, come spiegato precedentemente, ha preso l’avvio dalla numerazione per 2. A questo punto, sembrava anche importante giustificarne la definizione, cioè il significato della sua particolare struttura, non solo attraverso i salti sulla linea e le relative addizioni ripetute e moltiplicazioni, ma anche attraverso la scelta del termine “tabellina” che poi viene da “tavola pitagorica” .

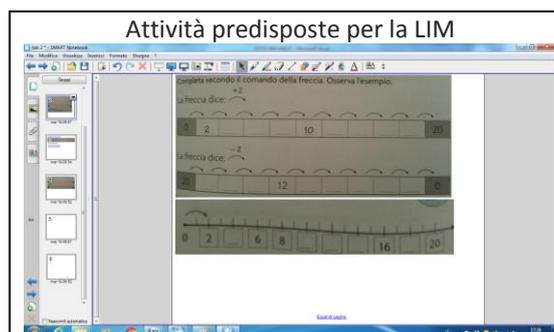
“...Essendo la **tavola pitagorica** una matrice di numeri caratterizzata dal fatto che il valore alla colonna j -esima della riga i -esima è il prodotto di i per j , questa viene utilizzata per eseguire a mano qualsiasi moltiplicazione con il sistema numerico decimale. In ogni riga e/o colonna di tale riquadro è chiamata “tabellina”: per esempio, la quarta riga (o colonna) è detta “tabellina del quattro” .

Ora, è abbastanza chiaro che questa non poteva essere la spiegazione, soprattutto non avendo nemmeno mai sentito parlare di tavola pitagorica, quindi si è deciso di proporre ai bambini una semplice tabella a doppia entrata, inserendo soltanto i fattori, riga / colonna, della tabellina del 2. Dopo averla completata, si è iniziato semplicemente a cancellare tutte le righe e le colonne lasciando fattori e prodotti “incolonnati” “Ecco bambini, questa rappresentazione delle moltiplicazioni per 2, la chiamiamo “tabellina del 2!” Perché prima c’era la tabella!”

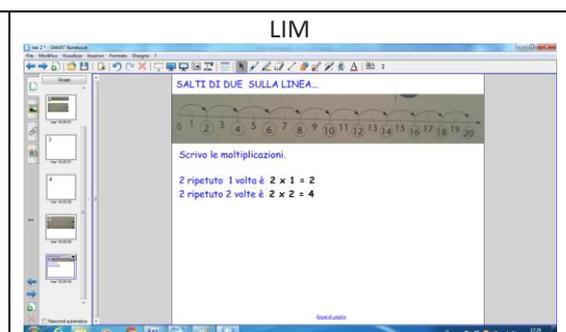
Naturalmente, non si è parlato di Tavola pitagoricanon avrebbe avuto ancora un senso concretizzabile.

Successivamente, per permettere ai bambini di procedere nel raggiungimento della formazione di questo nuovo concetto, sono state proposte altre rappresentazioni della tabellina del 2 ed utilizzate più situazioni diverse.

Durante queste attività, tutti i bambini hanno subito notato la ripetizione di “n” volte del moltiplicatore o la possibilità di rappresentarle come schieramento.



Attività sul quaderno



Attività sul libro+web



A questo punto si è presentato il momento di portare gli alunni alla memorizzazione delle tabelline stesse. Questo compito essendo sempre molto arduo e faticoso per gli studenti in genere, è stato affrontato molto gradualmente, alternando la costruzione in modi diversi di ogni singola tabellina, alla sua memorizzazione, intervallando queste attività con altre sulla moltiplicazione (paio/coppia, doppio/triplo/quadruplo/, combinazioni/ algoritmo di calcolo in colonna con o senza cambio) con mezzi e strumenti vari. Durante il periodo della memorizzazione delle tabelline sono state proposte attività individuali e collettive, per verificare il grado di ritenzione, attraverso giochi e sfide, come quello molto amato di riuscire a trovare di alcuni prodotti tutti i fattori possibili. Solo al termine della loro costruzione e memorizzazione è stata proposta la costruzione della tavola pitagorica sul quaderno di ciascun bambino per iniziare ad osservare, individuare e ritrovare alcune proprietà, come la commutativa, o il significato della moltiplicazione per , per zero o per 10.



Completata la tabella della moltiplicazione

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90

**Memorizzazione
delle tabelline
con il metodo
di
Camillo Bortolato**

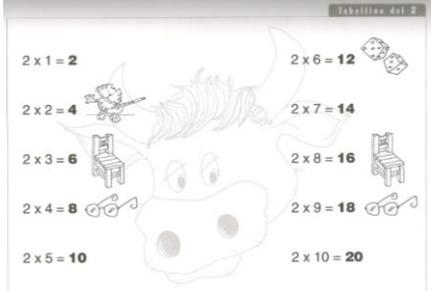
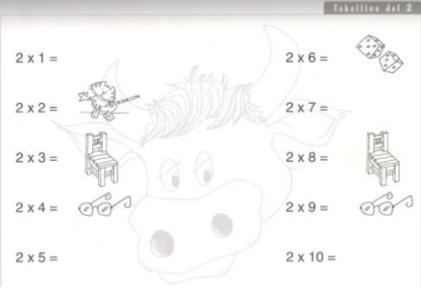


Il compito della memorizzazione delle tabelline poteva diventare accattivante come altri nei quali viene messa in gioco la memoria. Con questo metodo la proposta o la sfida parte dal presupposto che la memoria può essere paragonata ad una grande libreria, dove è possibile trovare ogni libro a patto che venga risistemato sempre sullo stesso ripiano. Quindi, prima di tutto è necessario predisporre per la memoria un archivio ordinato, dove collocare ciascuna delle schede in cui sono state suddivise le tabelline che bisogna considerare un armadio, una stanza, uno spazio simbolico per l'immagine mentale.

In ogni singola scheda è chiara la predisposizione grafica che corrisponde a due criteri psico-percettivi: ricerca di simmetrie (spazio-temporali) e ricerca di contrasti di simmetria.

Se è basilare una disposizione fissa e organizzata nello spazio per favorirne la ritenzione, l'efficacia del metodo è accresciuta dall'introduzione di "immagini gancio" (storia e sfondi, immagini e parole gancio) in grado di sviluppare un apprendimento di tipo associativo.

L'insegnante ha predisposto le attività preparando le fotocopie, per ciascun alunno, degli sfondi, delle immagini gancio e delle tabelline, da quella del 2 a quella del 9; ha provveduto a preparare un'attività introduttiva in formato digitale per presentare la storia iniziale dei personaggi che avrebbero accompagnato l'intero percorso, con una musica di sottofondo che avrebbe inframmezzato la lettura ad alta voce; secondo i criteri suggeriti dall'autore del testo, ma anche facendo attenzione ai tempi di reazione dei diversi bambini, ha provveduto ad illustrare i diversi modi per la lettura e memorizzazione di ogni singola scheda. Ha infine, verificato giornalmente e poi settimanalmente l'andamento del processo di apprendimento, con periodi di ricapitolazione o anche a momenti di pausa.

<p style="text-align: center;">Gli sfondi</p> 	<p style="text-align: center;">Le immagini gancio</p> 
<p style="text-align: center;">L'inizio della storia</p> 	<p style="text-align: center;">La fuga del.BUE DUE!!</p> 
<p style="text-align: center;">La tabellina del due con i prodotti</p> 	<p style="text-align: center;">La tabellina del due con i ganci</p> 

Il paio e..... la coppia.

Le attività sul concetto di paio e successivamente sul concetto di coppia sono scaturite da una situazione problematica puramente casuale.

Durante le attività sperimentali di scienze legate alla progettazione dell'unità "Un tuffo nella chimica e oltre", svolti con una classe terza della scuola, sono stati utilizzati, tra i vari strumenti dello scienziato, anche alcune paia di guanti in lattice.

Una delle prime fasi di approccio di questa attività di scienze è stata la richiesta di osservare ed elencare i materiali e gli strumenti a disposizione dei bambini.

La situazione-problema è nata proprio quando i bambini di terza hanno elencato il numero dei guanti come "numero di paia ...", quindi contando a due a due. Subito alcuni alunni della classe seconda ha iniziato a dissentire, affermando che i compagni di terza stavano commettendo un errore: "Veramente, bisognava contare i guanti uno ad unocome gli altri strumenti! Altrimenti è sbagliato!"

Gli alunni di terza non hanno lasciato loro molto spazioliquidandoli con frasi del tipo: "Scusa, ma tu quante mani hai? Due, no!!! E allora, si dice un paio di guanti, perché hai due mani....come paio di scarpe!!!"

Al momento il discorso poteva fermarsi lì, ma è sembrato che si potesse utilizzare la situazione occorsa per provocare la curiosità nei bambini ed avviarli verso questo concetto.

Il giorno dopo, sono stati mostrati nuovamente i "guanti in lattice" ed è stato loro proposto di indossarne un paio ciascuno.

Dopo la prima eccitazione e le diffuse difficoltà nell'operazione, dettate dalla scarsa pratica, l'insegnante ha cominciato a porre alcune domande:

"Oggi quanti siete? Quante mani ha ciascuno di voi?"

"Quante mani complessivamente?" Tutti avete indossato un guanto per mano?"

"Quindi ne avete indossato un paio? Ora, provate a contare quante paia di guanti ho distribuito!"

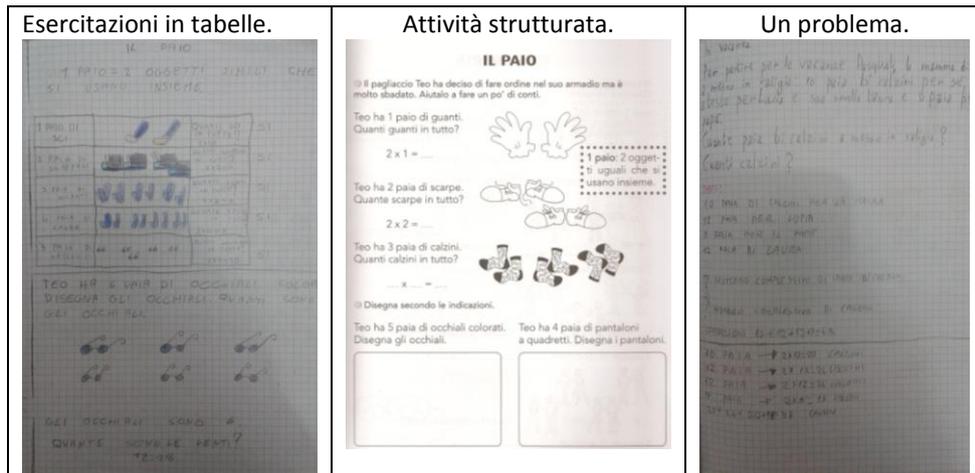
Naturalmente, fra una domanda e l'altra gli alunni hanno dato le loro risposte e come rinforzo, di volta in volta, per piccoli gruppi venivano chiamati dall'insegnante e i bambini rimasti al posto dovevano illustrare il numero di alunni e le paia di guanti che indossavano.

Le ultime richieste volevano portare l'attenzione sul rapporto **numero alunni/ mani-guanti** e quindi al significato di **paio**.

Successivamente è stato chiesto agli alunni di individuare altre parti del loro corpo che,

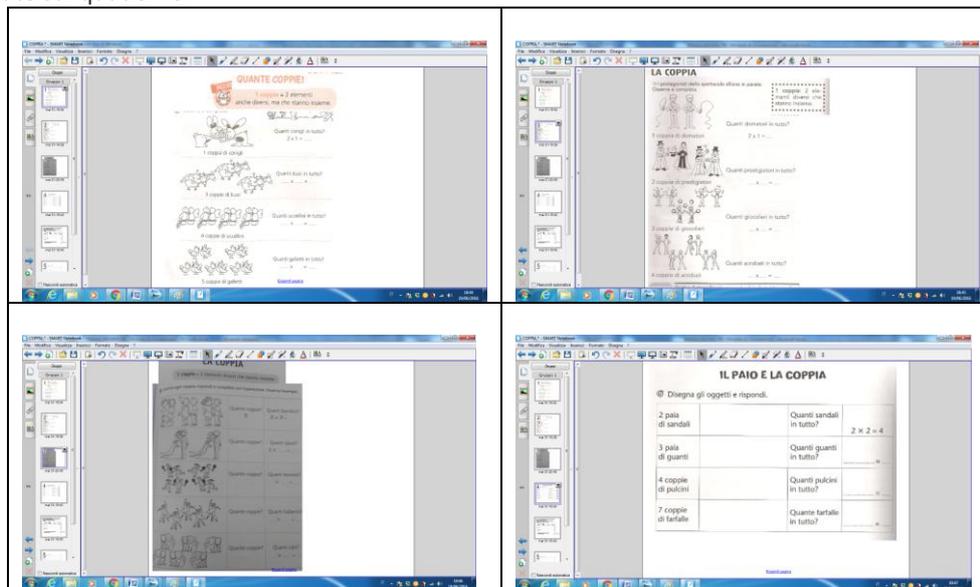
evidentemente, hanno necessità di un “paio di qualcosa!”

Per visualizzare graficamente il nuovo concetto sono state proposte alcune attività strutturate costruite con file di Smart Notebook, le quali, in parte, sono state riportate sul quaderno.



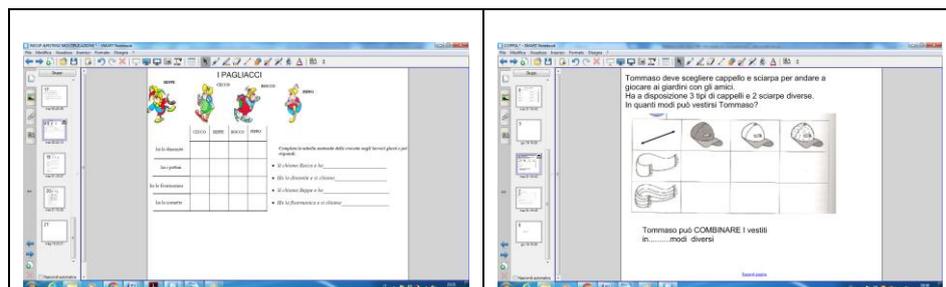
La coppia

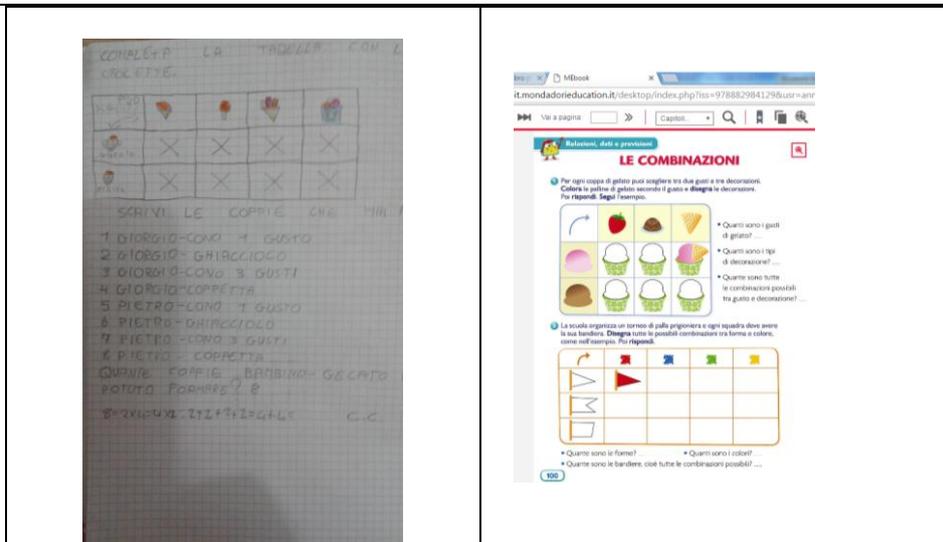
Affrontando il concetto di paio è stato molto naturale parlare anche di coppia e porre in relazione i due termini. Sono state svolte attività orali e pratiche attraverso giochi in aula e proposte nuove attività strutturate costruite in formato digitale con Smart Notebook, le quali, in parte, sono state riportate sul quaderno.



Le combinazioni o prodotto cartesiano

Attraverso le attività legate allo sviluppo del concetto di “relazione” utilizzando grafici e tabelle a doppia entrata, è stato molto semplice introdurre un lavoro sulle combinazioni che consentisse agli alunni di sperimentare, prima praticamente, tutti i casi di possibile abbinamento di elementi appartenenti a gruppi diversi. Per permettere di controllare e rappresentare, praticamente, mentalmente e graficamente, in modo più facile tutte le combinazioni possibili, si è opportunamente scelto di far operare con un numero limitato di elementi.





Il doppio, il triplo, il quadruplo.

L'introduzione al concetto di doppio è nata attraverso le simulazioni Invalsi che successivamente hanno portato ad attività di approfondimento: giochi-gare fra squadre, dove bisognava indovinare il doppio di un numero entro il 20, entro il 30, eccetera, nel più breve tempo possibile, rendendo necessario la ricerca e la condivisione nel piccolo gruppo di utili strategie per il calcolo mentale.

Anche per il concetto della metà, la scoperta è stata soprattutto spontanea: in molte situazioni esperite in aula, in palestra, in mensa, con l'euro e a casa, per arrivare anche al concetto che la metà è l'inverso del doppio! Si riporta solo la tipologia degli interventi per spiegare la scelta didattica.

14. Tre amici, Laura, Matteo e Chiara, contano le figurine che hanno:

Laura dice: io ho dodici figurine

Matteo risponde: io ne ho il doppio di lei!

Chiara ribatte: io invece ne ho la metà di Laura!

Quante figurine hanno Matteo e Chiara?

A. Matteo ne ha 24 e Chiara 6

B. Matteo ne ha 6 e Chiara 24

C. Matteo ne ha 24 e Chiara 8

Quesito INVALSI

D3. Questo grafico rappresenta il numero di figurine che Mario, Luca, Paola e Sara hanno in tasca.

Osserva il grafico e rispondi.

a. Luca ha il doppio delle figurine di Mario?
 Sì No Non si può sapere

b. Luca ha solo una figurina in più di Paola?
 Sì No Non si può sapere

c. Sara ha più anni di Luca?
 Sì No Non si può sapere

Quesito INVALSI

IL TRIPLO

Disegna il triplo degli oggetti e completa.

il triplo di 2 è $2 \times 3 =$ _____

il triplo di 6 è $7 \times =$ _____

il triplo di 8 è $8 \times =$ _____

il triplo di 6 è $3 \times =$ _____

il triplo di 6 è $4 \times =$ _____

Ora solo con i numeri completa.

Numero	triplo	Numero	triplo
5	$5 \times 3 = 15$	11	
3	$3 \times 3 =$	12	
6		13	
8		15	
10		20	

Scheda strutturata

DOPPIO, TRIPLO, QUADRUPLO

Quando moltiplica un numero per 2 ottiene il doppio del numero.

Quando moltiplica un numero per 3 ottiene il triplo del numero.

Quando moltiplica un numero per 4 ottiene il quadruplo del numero.

Numero	Doppio $\times 2$	Numero	Triplo $\times 3$	Numero	Quadruplo $\times 4$
2	4	3	9	4	16
5	10	6	18	5	20
7	14	8	24	6	24
4	8	9	27	7	28
9	18	7	21	10	40

Libro+web

Tempi di attuazione
 Moltiplicazione in colonna senza cambio: 3 ore; moltiplicazione in colonna con il cambio: 3 ore;
 verifica formativa, attività sull'errore, verifica sommativa: 3 ore.

Attività

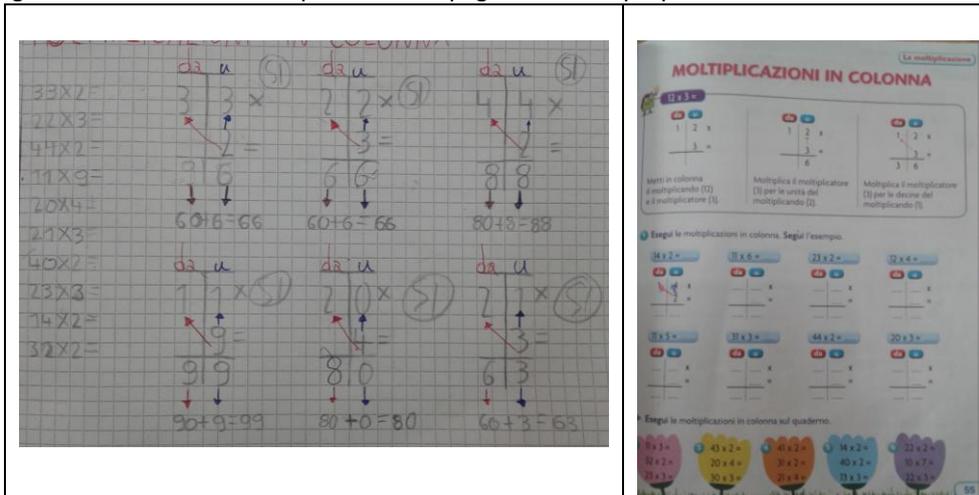
Fase 4
La
moltiplicazi
one in
colonna con
e senza
cambio.

La moltiplicazione in colonna con e senza cambio.

Per la presentazione dell’algoritmo di calcolo in colonna, è stata proposta la risoluzione di una situazione problematica che richiedeva appunto una moltiplicazione. Ormai da tempo, molti alunni, autonomamente, provavano sul loro quaderno a rappresentare questa operazione non solo più in riga, ma anche in colonna. I tentativi erano svariati, alcuni corretti, altri no, ma nessuno veniva scoraggiato dal provarci, finchè, un alunno che, aveva osservato molti compagni, chiedeva di poterci provare, ma soprattutto domandava: “Maestra, ma anche la moltiplicazione si può fare in colonna come l’addizione e la sottrazione? Ho visto che qualcuno la fa...”

Era l’occasione giusta per introdurla.

Si è consigliato di utilizzare il colore blu per tracciare una linea che mettesse in corrispondenza il moltiplicatore prima con le unità e poi di utilizzare il colore rosso per unire, questa volta, il moltiplicatore con le decine. Per rendere più chiara la differenza fra moltiplicare per le unità e per le decine, l’insegnante ha proposto di visualizzare graficamente il risultato di questi passaggi attraverso una somma dei prodotti parziali. Per esempio, moltiplicando 21×3 ottengo $60 + 3$. Si osservi l’immagine della trascrizione sul quaderno e la pagina del libro proposta successivamente.



Per lo svolgimento di questi calcoli, l’insegnante ha, volutamente, utilizzato la **riflessione parlata**, spiegando ciò che faceva per risolvere l’operazione attraverso una terminologia studiata. Allo stesso modo i bambini, abituati a questo metodo, durante la risoluzione di una consegna, venivano invitati a spiegare i vari passaggi mediante la medesima terminologia.

La moltiplicazione in colonna con il cambio

L’approccio a questo nuovo algoritmo si è svolto almeno una settimana in anticipo rispetto ai tempi previsti. L’occasione è nata grazie all’arrivo di un nuovo alunno, proveniente da un’altra realtà scolastica, infatti, dall’analisi dei suoi quaderni, era emerso che l’ultimo argomento affrontato con la sua classe era proprio questo.

Si è scelto di partire da qui: si trattava di porre, da un lato il bambino nelle condizioni di farsi conoscere dalla maestra e dai compagni, in una situazione durante la quale sarebbe stato il protagonista, e dall’altro di suscitare in loro curiosità e ammirazione per le sue conoscenze apparentemente “superiori” alle loro!

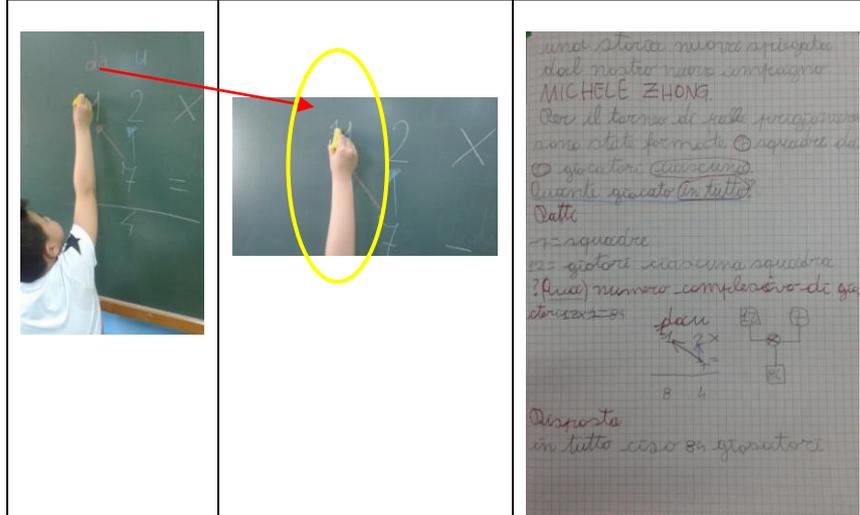
L’insegnante ha scelto un problema dal libro di testo del nuovo alunno e lo ha proposto a tutta la classe. Quando è stato verbalizzato si è scelto di aggiungere un’introduzione che spiegasse la sua provenienza e dava un certo rilievo, anche se solo emotivo, alla nuova attività:

“Una storia nuova spiegata dal nostro nuovo compagno Michele Z...”

Il bambino ha spiegato e ha guidato i compagni nell’esecuzione del problema, individuando tutte le parti importanti e scoprendo che, evidentemente, per rispondere alla domanda del problema bisognava calcolare una moltiplicazione, 12×7 .

A questo punto, l’insegnante ha chiesto al bambino di eseguirla alla lavagna. Il procedimento era molto simile a quello che la classe già conosceva: prima 7×2 unità = 14 unità e poi 7×1 decina = 7 decine ovvero 70 unità! Il bambino ha trascritto il CAMBIO e ha concluso correttamente il calcolo! Dopo aver svolto il compito, si è voltato sorridente e ha chiesto ai suoi compagni: “Avete capito?” Alcuni hanno risposto affermativamente, ma altri no: erano confusi! Qui, l’insegnante ha chiesto la collaborazione dei compagni che dichiaravano di aver capito chiedendo loro di andare alla lavagna e spiegarlo agli altri. Le loro spiegazioni erano molto semplici: “se moltiplico 7×2 u ottengo 14 u, quindi, come per le addizioni, non posso scrivere nella colonna delle unità più di 9 u e allora faccio il cambio...e diventa 1

da e 4 u....poi quella 1 da la scrivo dove l'ha scritta Michele e poi la sommo alle 7 decine di 7 x 1 decina...e così ottengo 84....facile!!!!!"



Evidentemente per qualche alunno sembrava facile, ma per altri no, così l'insegnante ha deciso di aggiungere alla spiegazione la visualizzazione grafica del risultato attraverso la somma dei prodotti parziali ($70 + 10 + 4 = 84$) proprio come si era proceduto in precedenza.

Naturalmente sono state proposte esercitazioni alla lavagna e sul quaderno chiedendo ai bambini di aiutarsi e collaborare fra loro.

<p>Prima fase: con la somma dei prodotti parziali</p>	<p>Fase successiva: il cambio si tiene a mente.</p> <p>Questo passaggio è avvenuto autonomamente. Alla domanda dell'insegnante sulla nuova strategia, gli alunni hanno risposto: "Maè, tanto me lo ricordo con la mente ...non lo scrivo.....faccio prima così!"</p>
---	--

E' stato proposto anche un approfondimento attraverso la risoluzione di situazioni problematiche moltiplicative poste a confronto con quelle additive molto simili.

<p>Nella vetrina alla pasticceria ci sono 3 assai e in ognuno di sotto 25 pasticcini. Quanti pasticcini sono stati esposti in vetrina?</p> <p>Dati:</p> <ul style="list-style-type: none"> 3 assai ogni pasticcina 25 pasticcini ogni assai 7 numero complessivo di pasticcini $25 + 25 + 25 = 75$ $25 \times 3 = 75$ <p>In tutto in vetrina ci sono 75 pasticcini.</p>	<p>Il pasticcere ha preparato 163 biscotti e 55 alla crema. Quanti biscotti ha preparato?</p> <p>Dati:</p> <ul style="list-style-type: none"> 163 biscotti al cioccolato 55 biscotti alla crema 7 numero complessivo di biscotti $163 + 55 = 218$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>163</td> <td>+</td> <td>55</td> <td>=</td> <td>218</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>6</td> <td>3</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1</td> <td>8</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>ha preparato 218 biscotti</p>	163	+	55	=	218	1	6	3			2	1	8		
163	+	55	=	218												
1	6	3														
2	1	8														

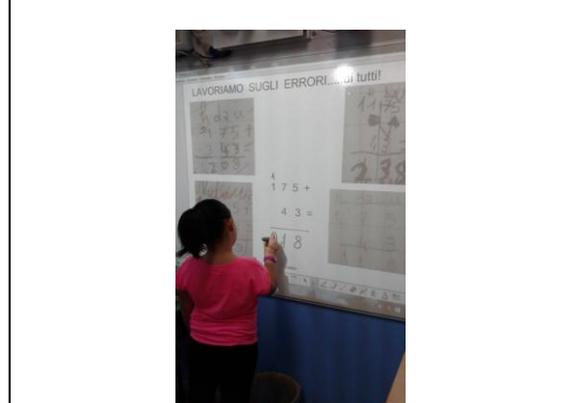
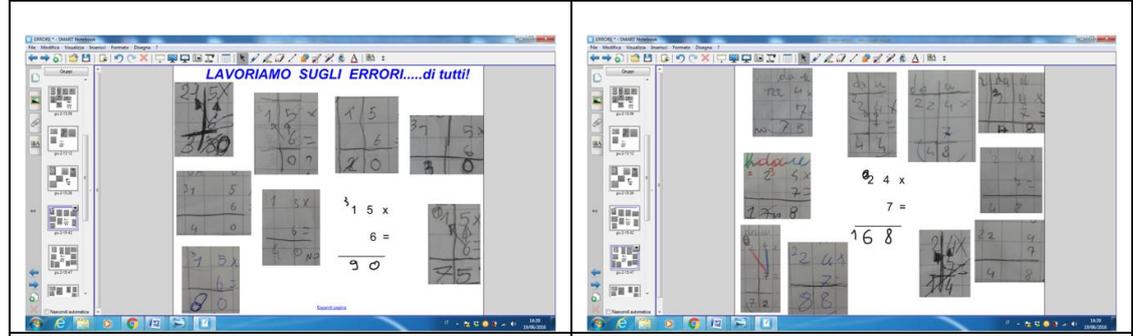
Come attività finale, l'insegnante ha deciso di proporre una **verifica formativa** sulle operazioni di addizione, sottrazione e moltiplicazione con e senza cambio.

Dal lavoro svolto degli alunni si evincevano alcuni **errori ricorrenti**. Pertanto, l'insegnante ha scannerizzato tutte le operazioni non corrette, le ha classificate per tipologia di errore e ha costruito delle slide con il software **Smart Notebook** (anche in [pdf](#)), per permettere agli alunni di scoprire insieme gli errori, scoprire le motivazioni dell'errore individuato e trovare insieme le strategie di calcolo corrette.

Dopo questa attività, l'insegnante ha proposto **una verifica sommativa** sulle operazioni di addizione, sottrazione e moltiplicazione con e senza cambio.

I risultati ottenuti sono stati notevoli: alunni che avevano commesso 5 errori diversi ne avevano commesso soltanto 1; molte incertezze erano evidentemente superate.

Si riportano due immagini nelle quali due alunne operano alla lavagna per completare, con l'algoritmo corretto, l'operazione proposta, dopo la discussione collettiva sugli errori.



COMPITO SIGNIFICATIVO
 Tempi di attuazione
 1 ora e 50 .

Attività
Compito/ Prodotto
 Il compito è stato svolto e portato a termine da tutti gli alunni divisi in coppia, così come programmato. Nel piccolo gruppo, formato da due alunni, i bambini si sono confrontati, ascoltati e hanno discusso molto prima di decidere come svolgere il compito assegnato. Alla fine, sei gruppi, 12 alunni, sono riusciti ad eseguirlo più che correttamente entro i tempi previsti, dimostrando di aver imparato ad acquisire ed interpretare l'informazione, individuare collegamenti e relazioni, organizzare il proprio apprendimento utilizzando le strategie personali e condividendole con gli altri. I rimanenti hanno concluso il loro lavoro, ma hanno trovato faticoso organizzarsi e riflettere sulle informazioni, accordarsi e mediare per portarlo a termine in completa autonomia, trovando una soluzione accettabile per entrambi. Infatti, questi hanno richiesto l'aiuto e il consiglio dell'insegnante, la quale ha cercato di porsi nella posizione di guida e di facilitatore, provando a non interferire con le scelte e decisioni a volte confuse e fuorvianti, invitandoli ad una riflessione più attenta. Le coppie al lavoro.

Fase 5
Compito
significativo

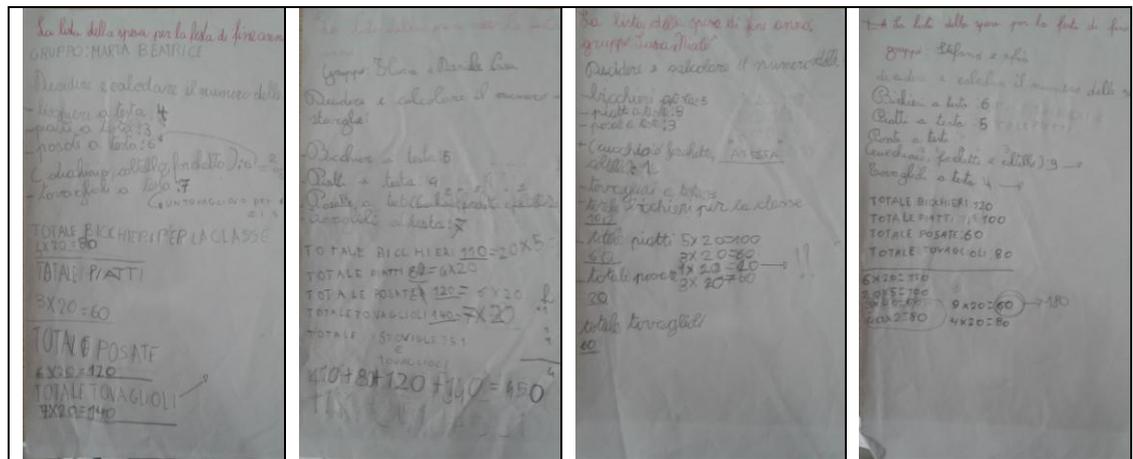




La prima coppia di bambine è riuscita a completare, in maniera corretta, il compito assegnato e produrre la lista in meno tempo degli altri. Per ragioni di tempo, saranno loro a leggerlo davanti alla classe.



Di seguito, si riportano solo quattro esempi dei COMPITI/PRODOTTI realizzati dagli alunni.



RISORSE UMANE INTERNE/ESTERNE

- Docente di classe: SECHI ANNALISA
- Docente di classe: Secchi Franca
- Esperto Cea Sardegna, Adriana Casu

VERIFICA COMPETENZE

COMPETENZA CHIAVE EUROPEA 1: competenza di base in matematica, scienze e tecnologia

Indicatore n.1

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

Indicatore n.2

Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni.

COMPETENZA CHIAVE EUROPEA 2 : competenze sociali e civiche

Indicatore n.1

In un gruppo fa proposte che tengano conto anche delle opinioni ed esigenze altrui conversazione o dalle attività

COMPETENZA CHIAVE EUROPEA 3 : imparare ad imparare

Indicatore n.1

Pone domande pertinenti

Indicatore n.2

Organizza le informazioni (ordinare – confrontare – collegare)

Competenza di base in matematica, scienze e tecnologia

Indicatore 1

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

livello 1 non adeguato

livello 2 basilare

livello 3 adeguato

livello 4 avanzato

Competenza di base in matematica, scienze e tecnologia			
Indicatore 2			
Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni.			
livello 1 non adeguato	livello 2 basilare	livello 3 adeguato	livello 4 avanzato
Competenze sociali e civiche			
Indicatore 1			
In un gruppo fa proposte che tengano conto anche delle opinioni ed esigenze altrui			
livello 1 non adeguato	livello 2 basilare	livello 3 adeguato	livello 4 avanzato
Competenza: imparare ad imparare			
Indicatore n.1 : Pone domande pertinenti			
livello 1 nn adeguato	livello 2	livello 3	livello 4
Indicatore n.2 : Organizza le informazioni (ordinare – confrontare – collegare)			
livello 1 non adeguato	livello 2	livello 3	livello 4